

תרגול 1 לוגיקה

15 במרץ 2017

השפה הפורמלית:

1. (אינסוף) משתנים p_1, p_2, \dots

2. קשרים: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \iff$

3. סימני עזר: $(,)$

לשפה הפורמלית יתרונות משמעותיים על השפה הטבעית.

1. חד משמעית

2. קושי בכללי היסק ברורים (x הוא y , y הוא z אזי x הוא z)

הצרות: נגבש הבנה אינטואיטיבית של השפה בה אנחנו משתמשים ע"י מעבר (לא פורמלי), משפה יומיומית לשפה פורמלית. המשתנים מסמנים טענות, הקשרים מסמנים:

• \neg : לא

• \wedge : וגם

• \vee : או

• \rightarrow : גורר

• \iff : שיוויון

דוגמאות:

(1) "אם מחר ירד גשם, לא אלך לים"

$$p_1 \rightarrow (\neg p_2)$$

(2) "אצליח בבחינה רק אם אעשה את התרגילים"

$$\begin{cases} p_1 \rightarrow p_2 \\ \neg p_2 \rightarrow \neg p_1 \end{cases}$$

(3) "אם יוסי הגיע לרכבת והרכבת יצאה בזמן, אז יוסי היה כאן עכשיו. יוסי הגיע לתחנה אך אנו כאן עכשיו, לכן הרכבת לא יצאה בזמן"

$$(p_1 \wedge p_2) \rightarrow p_3, p_1 \wedge (\neg p_3) \models \neg p_2$$

\models : מסקנה על שיוויון (נביעה לוגית)

כל השמה שמקבלת אמת בהנחות מקבלת אמת במסקנה ולכן הנביעה נכונה. הצרנה נוספת:

$$\models (((p_1 \wedge p_2) \rightarrow p_3) \wedge (p_1 \wedge (\neg p_3))) \rightarrow (\neg p_2)$$

(4) "אם דני היה רואה את יוסי בתחנה סימן שיוסי הגיע לתחנה. כמו כן, אם יוסי הגיע לתחנה הוא היה מתקשר לאשתו."

דני אומנם לא ראה את יוסי בתחנה, אך יוסי התקשר לאשתו. לכן יוסי הגיע לתחנה"

$$p_1 \rightarrow p_2, p_2 \rightarrow p_3, (\neg p_1) \wedge p_3 \models p_2$$

יש השמה בה כל ההנחות נכונות אך המסקנה שגויה, ולכן הנביעה שגויה.
 (5) "הגענו לעיר בה רק ננסיים וגמדים, הננסיים תמיד דוברי שקר בעוד הגמדים תמיד דוברי אמת.
 שאלנו אדם נמוך קומה בעיר האם הוא ננס או גמד. הוא מלמל באופן לא ברור, אז שאלנו את זה שלידו מה אמר.
 השני השיב הוא אמר שהוא גמד והוסיף והוא אכן גמד. ומכאן ששניהם גמדים.

p_1 - הראשון גמד

p_2 - השני גמד

p_3 - הראשון אמר שהוא גמד

$$p_1 \rightarrow p_3, \neg p_1 \rightarrow p_3, p_2 \rightarrow p_3, \neg p_2 \rightarrow \neg p_3, p_2 \rightarrow p_1$$

$$\neg p_2 \rightarrow \neg p_1 \models p_1 \wedge p_2$$

ניתן להמשיך לבדוק שאין הפרכה ולכן הנביעה נכונה.

הגדרה 0.1 נוסחאות חוקיות

נוסחה חוקית מוגדרת באופן אינדוקטיבי.
 בעזרת הסימנים בשפה.

• (בסיס) כל משתנה הוא נוסחה חוקית

• (אם B, A חוקיות אזי

$\neg A$ חוקית

$(A \circ B)$ חוקית עבור $\circ \in \{\wedge, \vee, \rightarrow, \iff\}$

נוסחה היא חוקית \iff יש לה עץ בנייה (סדרת בנייה). דוגמא:

$$(\neg (p_1 \rightarrow (p_2 \wedge p_3)))$$